

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: (2 điểm)

Một ô tô đang chạy thì đột ngột tắt máy. Từ thời điểm tắt máy, ô tô chuyển động theo phương trình sau

$$5400yy' = -8,276y^2 - 2000.$$

Biết $y = y(t)$ (mét/giây) là vận tốc của ô tô và t (giây) là thời gian. Thời điểm bắt đầu tắt máy ô tô có vận tốc là $y(0) = 15$.

- y' tính theo y là **(1)**.
- Dùng phương pháp Euler với $h = 0,5$ tính gần đúng $y(1,5) \approx$ **(2)**. Gia tốc của xe tại $t = 1,5$ là $y'(1,5) \approx$ **(3)**.
- Dùng phương pháp Euler cải tiến với $h = 0,5$ tính gần đúng $y(1,5) \approx$ **(4)**.

Câu 2: (2 điểm)

Công của một lực f (Newton) dùng để dịch chuyển một vật từ $x = a$ (mét) đến $x = b$ (mét) được tính như sau

$$W = \int_a^b f(x)dx, \text{ trong đó } x \text{ (mét) là vị trí, đơn vị của } W \text{ là Joule.}$$

Cho một vật có lực tác động tại vị trí x là $\frac{15}{\sqrt{x+5}}$.

- Công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ tính bằng công thức hình thang 6 đoạn chia là **(5)** với sai số là **(6)**.
- Công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ bằng công thức Simpson 6 đoạn chia là **(7)**.
- Nếu số đoạn chia là n thì sai số khi tính công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ bằng công thức hình thang n đoạn chia là **(8)**.

Câu 3: (2 điểm)

Cho phân thức $D(x) = \frac{x^2 - 5x + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$.

a. Biểu diễn $D(x)$ thành dạng $\frac{A(x-1)(x-2) + B(x-1)(x-3) + C(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ thì

$$A = \mathbf{(9)}, B = \mathbf{(10)}.$$

b. Biểu diễn $D(x)$ thành dạng $\frac{M}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{N}{(x-2)(x-3)} + \frac{P}{(x-3)}$ thì $P = \mathbf{(11)}$,

$$N = \mathbf{(12)}.$$

Câu 4: (2 điểm)

Cho phương trình

$$f(x) \equiv x^3 + x + 5 = 0 \quad (*) \text{ có khoảng tách nghiệm là } [-2, -1]$$

Ta sẽ giải phương trình trên bằng phương pháp lập đơn.

a. Biểu diễn phương trình (*) thành một trong hai dạng

$$x \equiv \varphi_1(x) = -x^3 - 5 \text{ (A)} \quad \text{hoặc} \quad x \equiv \varphi_2(x) = -\sqrt[3]{x+5} \text{ (B)}.$$

Phương pháp lặp đơn luôn hội tụ với dạng phương trình (13) (chọn A hoặc B). Với dạng phương trình đã cho, chọn giá trị khởi đầu $x_0 = -1.5$.

b. Tính $x_3 =$ (14).

c. Nghiệm của phương trình đã cho với điều kiện hai bước lặp liên tiếp khác nhau không quá 10^{-5} là (15).

d. Nghiệm của phương trình đã cho với sai số không quá 10^{-5} là (16).

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 5: (2 điểm)

Độ cao h của một quả bóng theo thời gian t được ghi nhận trong bảng sau

t (giây)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
h (mét)	0,0	12,6	20,2	23,0	20,8	13,8	1,8

a. Áp dụng phương pháp bình phương bé nhất với dạng phương trình $h = At^2 + Bt$ cho bảng số liệu trên, hãy tìm các hệ số A, B .

b. Từ phương trình đã tìm, hãy cho biết thời điểm quả bóng chạm đất.

c. Từ phương trình đã tìm, hãy tính độ cao tối đa của quả bóng.

Lưu ý: Các kết quả được làm tròn đến 5 chữ số thập phân sau dấu phẩy

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR 1.1]: Có khả năng vận dụng các phương pháp Euler, Euler cải tiến vào giải các phương trình vi phân thường với điều kiện đầu.	Câu 1
[CĐR 1.1, 1.2]: Có khả năng áp dụng công thức hình thang và công thức Simpson vào tính gần đúng và đánh giá sai số các tích phân xác định cụ thể.	Câu 2
[CĐR 1.1, 1.2]: Hiểu được ý nghĩa và phương pháp sử dụng đa thức nội suy trong xấp xỉ hàm số cụ thể.	Câu 3
[CĐR 1.1, 1.2]: Có khả năng áp dụng các phương pháp lặp đơn, phương pháp Newton vào giải gần đúng và đánh giá sai số các phương trình đại số cụ thể	Câu 4
[CĐR 1.1, 1.2]: Hiểu bất ý nghĩa phương pháp bình phương bé nhất và vận dụng tìm một số đường cong cụ thể	Câu 5

Ngày 02 tháng 06 năm 2015

Thông qua bộ môn

(ký và ghi rõ họ tên)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: (2 điểm)

Một ô tô đang chạy thì đột ngột tắt máy. Từ thời điểm tắt máy, ô tô chuyển động theo phương trình sau

$$5200yy' = -8,276y^2 - 2200$$

Biết $y = y(t)$ (mét/giây) là vận tốc của ô tô và t (giây) là thời gian. Thời điểm bắt đầu tắt máy ô tô có vận tốc là $y(0) = 15$.

- y' tính theo y là **(1)**.
- Dùng phương pháp Euler với $h = 0,5$ tính gần đúng $y(1,5) \approx$ **(2)**. Gia tốc của xe tại $t = 1,5$ là $y'(1,5) \approx$ **(3)**.
- Dùng phương pháp Euler cải tiến với $h = 0,5$ tính gần đúng $y(1,5) \approx$ **(4)**

Câu 2: (2 điểm)

Công của một lực f dùng để dịch chuyển một vật từ $x = a$ (mét) đến $x = b$ (mét) được tính như sau

$$W = \int_a^b f(x)dx, \text{ trong đó } x \text{ (mét) là vị trí, đơn vị của } W \text{ là Joule.}$$

Cho một vật có lực tác động tại vị trí x là $\frac{18}{\sqrt{x+3}}$.

- Công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ tính bằng công thức hình thang 6 đoạn chia là **(5)** với sai số là **(6)**.
- Công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ bằng công thức Simpson 6 đoạn chia là **(7)**.
- Nếu số đoạn chia là n thì sai số khi tính công thực hiện để di chuyển vật đó từ $x = 1$ đến $x = 4$ bằng công thức hình thang n đoạn chia là **(8)**.

Câu 3: (2 điểm)

Cho phân thức $D(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$

a. Biểu diễn $D(x)$ thành dạng $\frac{A(x-1)(x-2) + B(x-1)(x-3) + C(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ thì

$$A = \textbf{(9)}, B = \textbf{(10)}.$$

b. Biểu diễn $D(x)$ thành dạng $\frac{M}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{N}{(x-2)(x-3)} + \frac{P}{(x-3)}$ thì $P = \textbf{(11)}$,

$$N = \textbf{(12)}.$$

Câu 4: (2 điểm)

Cho phương trình

$$f(x) \equiv 2x^3 + x + 10 = 0 \quad (*) \text{ có khoảng tách nghiệm là } [-2, -1].$$

Ta sẽ giải phương trình trên bằng phương pháp lập đơn.

a. Biểu diễn phương trình (*) thành một trong hai dạng

$$x \equiv \varphi_1(x) = -2x^3 - 10 \quad (\text{A}) \quad \text{hoặc} \quad x \equiv \varphi_2(x) = -\sqrt[3]{\frac{x+10}{2}} \quad (\text{B}).$$

Phương pháp lặp đơn luôn hội tụ với dạng phương trình (13) (chọn A hoặc B). Với dạng phương trình đã cho, chọn giá trị khởi đầu $x_0 = -1.5$.

b. Tính $x_3 =$ **(14)**.

c. Nghiệm của phương trình đã cho với điều kiện hai bước lặp liên tiếp khác nhau không quá 10^{-5} là **(15)**.

d. Nghiệm của phương trình đã cho với sai số không quá 10^{-5} là **(16)**.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 5: (2 điểm)

Độ cao h của một quả bóng theo thời gian t được ghi nhận trong bảng sau

t (giây)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
h (mét)	0,0	15,0	25,2	30,5	30,7	26,3	16,7

a. Áp dụng phương pháp bình phương bé nhất với dạng phương trình $h = At^2 + Bt$ cho bảng số liệu trên, hãy tìm các hệ số A, B .

b. Từ phương trình đã tìm, hãy cho biết thời điểm quả bóng chạm đất.

c. Từ phương trình đã tìm, hãy tính độ cao tối đa của quả bóng.

Lưu ý: Các kết quả được làm tròn đến 5 chữ số thập phân sau dấu phẩy

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR 1.1]: Có khả năng vận dụng các phương pháp Euler, Euler cải tiến vào giải các phương trình vi phân thường với điều kiện đầu.	Câu 1
[CĐR 1.1, 1.2]: Có khả năng áp dụng công thức hình thang và công thức Simpson vào tính gần đúng và đánh giá sai số các tích phân xác định cụ thể.	Câu 2
[CĐR 1.1, 1.2]: Hiểu được ý nghĩa và phương pháp sử dụng đa thức nội suy trong xấp xỉ hàm số cụ thể.	Câu 3
[CĐR 1.1, 1.2]: Có khả năng áp dụng các phương pháp lặp đơn, phương pháp Newton vào giải gần đúng và đánh giá sai số các phương trình đại số cụ thể	Câu 4
[CĐR 1.1, 1.2]: Hiểu bất ý nghĩa phương pháp bình phương bé nhất và vận dụng tìm một số đường cong cụ thể	Câu 5

Ngày 02 tháng 06 năm 2015

Thông qua bộ môn

(ký và ghi rõ họ tên)